Operacje binarne

czterospójne	ośmiospójne

` b `
`d e f`
` h `
	`a b c`
	`d e f`
	`g h i`

Odszumianie (usuwanie punktów izolowanych)

$$e' = ((b \wedge d \wedge f \wedge h) \vee e) \wedge (b \vee d \vee f \vee h)$$

$$e' = ((a \wedge b \wedge c \wedge d \wedge f \wedge g \wedge h \wedge i) \vee e) \wedge (a \vee b \vee c \vee d \vee f \vee g \vee h \vee i)$$

Rozszerzanie (*dilation*)

$$e' = b \vee d \vee e \vee f \vee h$$

$$e' = a \vee b \vee c \vee d \vee e \vee f \vee g \vee h \vee i$$

Zwężanie (*erosion*)

$$e' = b \wedge d \wedge e \wedge f \wedge h$$

$$e' = a \wedge b \wedge c \wedge d \wedge e \wedge f \wedge g \wedge h \wedge i$$

Kontur

$$e' = \neg(b \wedge d \wedge f \wedge h) \wedge e$$
$$e' = \neg(a \wedge b \wedge c \wedge d \wedge f \wedge g \wedge h \wedge i) \wedge e$$

Punkty charakterystyczne:

- punkty izolowane:

$$e' = \neg(b \vee d \vee f \vee h) \wedge e$$

$$e' = \neg(a \vee b \vee c \vee d \vee f \vee g \vee h \vee i) \wedge e$$

- punkty końcowe (*endpixels*):

$$e' = e \wedge (dokladnie - jeden - bialy - sasiad)$$

- punkty pośrednie (*linkpixels*):

$$e' = e \wedge (dokladnie - dwaj - biali - sasiedzi)$$

- punkty rozwidleń (*vertices*):

$$e' = e \wedge (ponad - dwoch - bialych - sasiadow)$$

Operacje morfologiczne na obrazach binarnych

$$\Omega \subset X \times Y$$

Dopełnienie zbioru $U \in \Omega$:

$$U^c = \{u \in \Omega \mid u \notin U\} \; ; \; U \cup U^c = \Omega$$

Przesunięcie (*translation*) zbioru U o wektor h:

$$U_h = \{u \in \Omega \mid (\exists v \in U)(u = v + h)\}$$

Transformacja zbiorów:

$$\Psi : 2^\Omega \rightarrow 2^\Omega$$

Operacja dualna do Ψ:

$$\Psi^\star(U) = (\Psi(U^c))^c$$

Przykład:

$$U \cap V = (U^c \cup V^c)^c$$

Element strukturalny (*structuring element*) B zawiera dwa podzbiory (*phases*):

$$B^1, B^2 \subset B \; ; \; B^1 \cap B^2 = \emptyset$$

B^1 - punkty, które mają należeć do sylwetki (*)
B^2 - punkty, które mają należeć do tła (0)

Transformacja dopasowania (*hit or miss*):

$$U \otimes B = \{u \in \Omega \mid (B_u^1 \subset U) \wedge (B_u^2 \subset U^c)\}$$

0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	*	*	0	0	0
0	0	0	0	*	0	0	0
0	0	*	*	*	*	0	0
0	0	0	0	*	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0

0	*	0
	#	*

0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	*	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0

Zwężanie (*erosion*) i rozszerzanie (*dilation*) sylwetek

Zwężanie (*erosion*) sylwetki:

$$U \ominus B = \{u \in \Omega \mid \tilde{B}_u \subset U\}$$

$\tilde{B}$ - symetryczny obraz B względem punktu środkowego

$$U \ominus B = U \otimes \tilde{B} \; ; \; B = B_1$$

Rozszerzanie (*dilation*) sylwetki:

$$U \oplus B = \{u \in \Omega \mid \tilde{B} \cap U \neq \emptyset\}$$

Dualność erozji i dylatacji:

$$(U \oplus B)^c = \{u \in \Omega \mid \tilde{B} \cap U = \emptyset\} = \{u \in \Omega \mid \tilde{B}_u \subset U^c\} = U^c \ominus B$$

Erozja

0	0	0	0	0	0	0	0	*		0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	#	*	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	*	*	0	0	0			0	0	0	0	*	0	0	0
0	0	0	0	*	0	0	0			0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	*	*	*	*	0	0			0	0	0	0	*	0	0	0
0	0	0	0	*	0	0	0			0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0			0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0			0	0	0	0	0	0	0	0

Dylatacja

0	0	0	0	0	0	0	0	*		0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	#	*	0	0	0	*	*	0	0	0
0	0	0	*	*	0	0	0			0	0	0	*	*	*	0	0
0	0	0	0	*	0	0	0			0	0	*	*	*	*	0	0
0	0	*	*	*	*	0	0			0	0	*	*	*	*	*	0
0	0	0	0	*	0	0	0			0	0	0	0	*	*	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0			0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0			0	0	0	0	0	0	0	0

Propagacja (*propagation*)

$$U \oplus_M B = (A \oplus B) \cap M$$

Przykład 1:

Usuwanie z obrazu U sylwetek o małych rozmiarach.

$$T = (((...(U \ominus B) \ominus B)... \ominus B)$$

$$V = (((...(T \oplus_U B) \oplus_U B)... \oplus_U B)$$

Przykład 2:

Usuwanie z obrazu sylwetek stykających się z brzegiem obrazu S.

$$V = U \backslash (((...(S \oplus_U B) \oplus_U B)... \oplus_U B)$$

Otwieranie (*opening*) i domykanie (*closing*) sylwetek

Otwieranie (*opening*): $U_B = (U \ominus \tilde{B}) \oplus B$

Domykanie (*closing*): $U^B = (U \oplus \tilde{B}) \ominus B$

Własności domykania i otwierania:

Dualność:

$$(U^c)_B = (U^c \ominus \tilde{B}) \oplus B = (U \oplus \tilde{B})^c \oplus B = ((U \oplus \tilde{B}) \ominus B)^c = (U^B)^c$$

$$(U_B)^c = ((U \ominus \tilde{B}) \oplus B)^c = (U \ominus \tilde{B})^c \ominus B = (U^c \oplus \tilde{B}) \ominus B = (U^c)^B$$

Monotoniczność:

$$U_B \subset U \subset U^B$$

$$u \in U \Rightarrow \tilde{B}_u \subset (U \oplus \tilde{B}) \Rightarrow u \in (U \oplus \tilde{B}) \ominus B \Rightarrow u \in U^B$$
$$U_B = ((U^c)^B)^c \subset (U^c)^c = U$$

Otwieranie

```
0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 * * 0 0 0
0 0 0 0 * 0 0 0
0 0 * * * * 0 0
0 0 0 0 * 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0
```

```
*
# *
```

```
0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 * 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 * 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0
```

```
* #
  *
```

```
0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 * * 0 0 0
0 0 0 0 * 0 0 0
0 0 0 * * 0 0 0
0 0 0 0 * 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0
```

Domykanie

```
0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 * * 0 0 0
0 0 0 0 * 0 0 0
0 0 * * * * 0 0
0 0 0 0 * 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0
```

```
*
# *
```

```
0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 * * 0 0 0
0 0 0 * * * 0 0
0 0 * * * * 0 0
0 0 * * * * * 0
0 0 0 0 * * 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0
```

```
* #
  *
```

```
0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 * * 0 0 0
0 0 0 * * 0 0 0
0 0 * * * * 0 0
0 0 0 0 * 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0
```

Znajdowanie brzegu sylwetki (*contouring*)

Usuwanie punktów dopasowanych do B:

$$U \bigcirc B = U \backslash (U \otimes B)$$

Element strukturalny B opisujący wnętrze sylwetki:

czterospójny	ośmiospójny
$\begin{matrix} & * & \\ * & & * \\ & * & \end{matrix}$	$\begin{matrix} * & * & * \\ * & & * \\ * & * & * \end{matrix}$

W wyniku operacji:

$$V = U \bigcirc B$$

otrzymujemy kontur cztero- lub ośmiospójny.

Znajdowanie szkieletu sylwetek (*thinning*)

$$U \bigcirc \{L^i\} = (((...(U \bigcirc L^1) \bigcirc L^2) \bigcirc L^3)... \bigcirc L^i)$$

Warunki na $\{L^i\}$:

- **zachowanie punktów łączących (*linkpixels*)**
- **zachowanie punktów końcowych (*endpixels*)**

Przykład $\{L^i\}$:

```
L1   L2   L3   L4   L5   L6   L7   L8

 *   ***   *   * 0   00  000  00   0 *
0**   *   **0  **0  **0   *   0**  0**
00   000   00  * 0   *   ***   *   0 *
```

Algorytm :

$$U_0 = U$$

$$U_{k+1} = (((...(U_k \bigcirc L^1) \bigcirc L^2) \bigcirc L^3)... \bigcirc L^8)$$

Warunek stopu: $U_{k+1} = U_k$.