Analiza obrazów w systemie wizyjnym

Podstawowe problemy decyzyjne:

- klasyfikacja (rozpoznawanie - *identification*) detali dostępnych w przestrzeni roboczej (na scenie);
- określanie położenia i orientacji (*localization*) tych detali w celu planowania trajektorii robota i sterowania chwytakiem lub narzędziem;
- sprawdzanie prawidłowości obserwowanego stanu sceny (*inspection*).

Przykładowe metody analizy:

- dopasowywanie wzorców (*template matching*) – inspekcja, proste przypadki klasyfikacji i lokalizacji;
- parametryzacja obrazów – rozpoznawanie i lokalizacja obiektów lub rozstrzyganie o poprawności obserwowanej sytuacji.

Proste parametry do kodowania sylwetek

- pole powierzchni
- długość obwodu (wielkość konturu)
- współrzędne środka
- nachylenie głównej osi
- maksymalny promień w stosunku do środka
- zwartość
- wypełnienie sylwetki
- ekscentryczność
- liczba Eulera
- projekcje (sygnatury)

Pole powierzchni ($area$) sylwetki $U \subset \Omega = X \times Y$:

$$A = \int_\Omega f(u)du = \int_\Omega \chi_U(u)du = \int_U du$$

Współrzędne środka (centroid):

$$x_s = \frac{\int_U xdu}{\int_U du}\ ;\ y_s = \frac{\int_U ydu}{\int_U du}$$

$$u_s = \left[\begin{array}{c} x_s \\ y_s \end{array}\right]$$

Nachylenie głównej osi:

$$\tan\Theta = \frac{2\int_U (x-x_s)(y-y_s)du}{\int_U ((x-x_s)^2 - (y-y_s)^2)du}$$

Maksymalny promień w stosunku do środka

$$R_{max} = max\{\sqrt{(x-x_s)^2 + (y-y_s)^2} \mid u \in U\}$$

Krągłość (*roundness*):

$$\rho = \frac{A}{\pi R_{max}^2}$$

$$0 \leq \rho \leq 1$$

Zwartość (*compactness*):

$$\gamma = \frac{4\pi A}{P^2}$$

Wypełnienie sylwetki

$$\phi = \frac{A}{a_{maj} a_{min}}$$

Ekscentryczność

$$\epsilon = \frac{a_{maj}}{a_{min}}$$

Liczba Eulera (opis spójności zbioru)

Obszar jest spójny, gdy każda para jego punktów może być połączona krzywą zawartą w tym obszarze.

Liczba Eulera dla $U \subset \Omega$, składającego się z R spójnych obszarów o łącznej ilości otworów H:

$$E_U = R - H$$

Uwaga: ilość otworów H jest o jeden mniejsza od ilości spójnych obszarów w dopełnieniu obszaru U (U^c).

Projekcje (sygnatury)

$$p(x) = \int_Y f(x,y)dy$$

$$p(y) = \int_X f(x,y)dx$$

Kod biegunowy

$$R_k = R(k\Delta_\phi)$$

Algorytm:

1. Dla każdego punktu konturu u określamy współrzędne biegunowe $(R(u), \phi(u))$ względem środka sylwetki u_s i orientacji jej osi głównej Θ:

$$R(u) = \sqrt{(x - x_s)^2 + (y - y_s)^2}$$

$$\phi(u) = \arctan\frac{y - y_s}{x - x_s} + \Theta$$

2. Z zapamiętanych wartości $R(u)$ tworzymy ciąg kodowy R_k wybierając te, dla których odpowiednie $\phi(u)$ mają postać $k\Delta_\phi$.

Parametryzacja przy pomocy momentów

Moment rzędu $p+q$:

$$m_{p,q} = \int_\Omega \chi_U(u) x^p y^q du$$

$$m_{p,q} = \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} \chi_U(x,y) x^p y^q$$

Pole powierzchni sylwetki (moment rzędu 0):

$$m_{0,0} = \int_\Omega \chi_U(u) du$$

$$m_{0,0} = \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} \chi_U(x,y)$$

Momenty rzędu 1:

$$m_{1,0} = \int_{\Omega} \chi_U(u) x du \; ; \; m_{0,1} = \int_{\Omega} \chi_U(u) y du$$

$$m_{1,0} = \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} \chi_U(x,y) x \; ; \; m_{0,1} = \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} \chi_U(x,y) y$$

Środek sylwetki (*centroid*) :

$$u_s = \begin{bmatrix} x_s \\ y_s \end{bmatrix}$$

$$m_{1,0} = x_s \int_{\Omega} \chi_U(u) du \; ; \; m_{0,1} = y_s \int_{\Omega} \chi_U(u) du$$

Znormalizowane momenty rzędu 1:

$$x_s = \frac{m_{1,0}}{m_{0,0}}$$

$$y_s = \frac{m_{0,1}}{m_{0,0}}$$

Momenty niezależne od położenia (centralne):

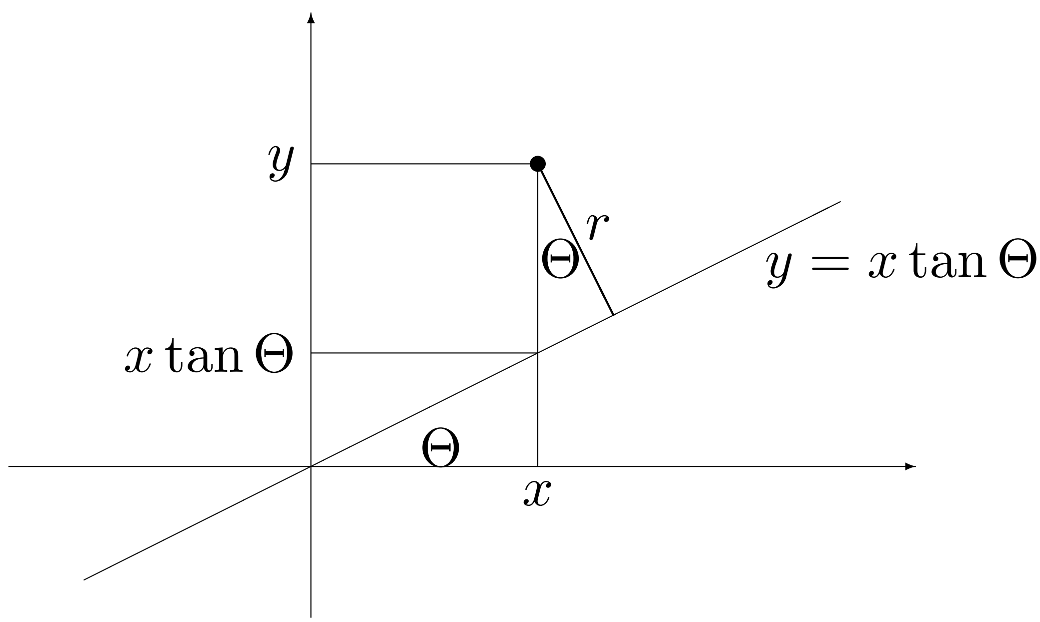
$$\mu_{p,q} = \int_{\Omega} \chi_U(u)(x - x_s)^p (y - y_s)^q du$$

$$\mu_{p,q} = \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} \chi_U(x,y)(x - x_s)^p (y - y_s)^q$$

Momenty centralne a zwykłe:

$$\begin{aligned}
\mu_{0,0} &= m_{0,0} \\
\mu_{0,1} &= 0 \\
\mu_{1,0} &= 0 \\
\mu_{0,2} &= m_{0,2} - y_s m_{0,1} \\
\mu_{1,1} &= m_{1,1} - y_s m_{1,0} \\
\mu_{2,0} &= m_{2,0} - x_s m_{1,0}
\end{aligned}$$

Orientacja sylwetki



$$r = (y - x\tan\Theta)\cos\Theta = y\cos\Theta - x\sin\Theta$$

Moment bezwładności względem prostej $y = x\tan\Theta$:

$$\mu_\Theta = \int_\Omega r^2 \chi_U du = \int_\Omega (y\cos\Theta - x\sin\Theta)^2 \chi_U du$$

Moment bezwładności z momentów centralnych:

$$\mu_\Theta = \mu_{2,0} \sin^2 \Theta - 2\mu_{1,1} \cos \Theta \sin \Theta + \mu_{0,2} \cos^2 \Theta$$

Warunek minimum (szukamy Θ, dla którego moment bezwładności μ_Θ jest najmnieszy):

$$\frac{d\mu_\Theta}{d\Theta} = \mu_{2,0} \sin 2\Theta - 2\mu_{1,1} \cos 2\Theta - \mu_{0,2} \sin 2\Theta = 0$$

$$\tan 2\Theta = \frac{2\mu_{1,1}}{\mu_{2,0} - \mu_{0,2}}$$

Kąt nachylenia osi głównej:

$$\Theta = \frac{1}{2} \arctan \frac{2\mu_{1,1}}{\mu_{2,0} - \mu_{0,2}}$$

Momenty niezależne od położenia i skali (centralne znormalizowane):

$$\eta_{p,q} = \frac{\mu_{p,q}}{\mu_{0,0}^{\gamma+1}} \text{ , } gdzie \ : \ \gamma = \frac{p+q}{2}$$

Funkcje momentów niezmiennicze ze względu na położenie, orientację i skalę:

$$\begin{aligned}
\phi_1 &= \eta_{2,0} + \eta_{0,2} \\
\phi_2 &= (\eta_{2,0} - \eta_{0,2})^2 + 4\eta_{1,1}^2 \\
\phi_3 &= (\eta_{3,0} - 3\eta_{1,2})^2 + (3\eta_{2,1} - \eta_{0,3})^2 \\
\phi_4 &= (\eta_{3,0} + \eta_{1,2})^2 + (\eta_{2,1} + \eta_{0,3})^2 \\
\phi_5 &= (\eta_{3,0} - 3\eta_{1,2})(\eta_{3,0} + \eta_{1,2}) \\
&\quad ((\eta_{3,0} + \eta_{1,2})^2 - 3(\eta_{2,1} + \eta_{0,3})^2) + \\
&\quad +(3\eta_{2,1} - \eta_{0,3})(\eta_{2,1} + \eta_{0,3}) \\
&\quad (3(\eta_{3,0} + \eta_{1,2})^2 - (\eta_{2,1} + \eta_{0,3})^2) \\
\phi_6 &= (\eta_{2,0} - \eta 0, 2)((\eta_{3,0} + \eta_{1,2})^2 - (\eta_{2,1} + \eta_{0,3})^2) + \\
&\quad +4\eta_{1,1}(\eta_{3,0} + \eta_{1,2})(\eta_{2,1} + \eta_{0,3})
\end{aligned}$$

Potokowa realizacja obliczania momentów

$$0 \leq x \leq M-1 \; ; \; 0 \leq y \leq N-1$$

$$m_{p,q} = \sum f(x,y) x^p y^q = \sum f(x,y) r^{p,q}_{x,y}$$

Dla momentów rzędu 2:

$$\begin{aligned}
r^{2,0}_{x+1,y} &= (x+1)^2 &&= x^2 + 2x + 1 &&= r^{2,0}_{x,y} + 2x + 1 \\
r^{1,1}_{x+1,y} &= (x+1)y &&= xy + y &&= r^{1,1}_{x,y} + y \\
r^{0,2}_{x,y+1} &= (y+1)^2 &&= y^2 + 2y + 1 &&= r^{0,2}_{x,y} + 2y + 1
\end{aligned}$$

Sprzętowa realizacja obliczania momentów